

**MODEL MATEMATYCZNY BILANSU MATERIAŁÓW
WSADOWYCH O NIEPEWNYM SKŁADZIE CHEMICZNYM**E. ZIÓLKOWSKI¹

Wydział Odlewnictwa AGH, ul. Reymonta 23, 30-059 Kraków

STRESZCZENIE

W artykule zaprezentowano rozmyty model matematyczny bilansu materiałów wsadowych, charakteryzowanych przybliżonym (niepewnym) składem chemicznym. Przedstawiono także warianty rozmytości składu chemicznego materiałów wsadowych oraz wynikający z nich rozmiar zadań obliczeniowych.

Key words: fuzzy optimization, burden calculations

1. WPROWADZENIE

Obliczanie namiaru wsadu dla pieców odlewniczych z uwzględnieniem niepewnego (przybliżonego) składu chemicznego materiałów wsadowych jest zagadnieniem z zakresu teorii rozmytości.

Klasyczny model matematyczny zadania optymalizacyjnego, w którym zakłada się precyzyjną zawartość poszczególnych pierwiastków chemicznych, sprowadza się do minimalizacji funkcji celu w postaci [2]

$$\text{koszt wsadu} = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (1)$$

przy ograniczeniach

¹ Dr inż., ez@agh.edu.pl

$$\begin{cases} B_i^d \cdot m_w \leq A_{ij} \cdot x_j \leq B_i^g \cdot m_w \\ 0 \leq x_j^d \leq x_j \leq x_j^g \leq m_w \\ \sum_{j=1}^n x_j = m_w \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

- A_{ij} - procentowa zawartość i-tego pierwiastka chemicznego ($i=1 \div m$, m – liczba uwzględnianych pierwiastków chemicznych) w j-tym składniku wsadu ($j=1 \div n$, n – liczba uwzględnianych materiałów wsadowych), %,
- B_i^d, B_i^g - zakładana, procentowa odpowiednio dolna i górna zawartość i-tego pierwiastka chemicznego we wsadzie, %,
- m_w - łączna masa wsadu, kg lub równa 100 %,
- x_j - poszukiwany udział j-tego składnika we wsadzie, % lub kg,
- x_j^d, x_j^g - odpowiednio dolne lub górne ograniczenia udziału j-tego składnika we wsadzie, % lub kg,

Zadanie minimalizacji funkcji celu (1) przy ograniczeniach (2) można rozwiązać metodami optymalizacji liniowej, na przykład metodą sympleksów, ponieważ funkcja celu jak i układ warunków ograniczających (2) są funkcjami liniowymi [2].

2. MODELE ROZMYTOŚCI SKŁADU CHEMICZNEGO MATERIAŁÓW WSADOWYCH

Dotychczas w obliczeniach namiaru wsadu przyjmowano skład chemiczny w postaci deterministycznej, na przykład zawartość C=3.4 %, Si=0.80 %, itd. W praktyce analizy składu chemicznego materiału wsadowego wykazują duży rozrzut zawartości poszczególnych pierwiastków chemicznych w dostawach danego materiału.

Charakter „rozmytości” można określić na przykład za pomocą [PIEGAT]:

- diagramu ciągłego lub dyskretnego,
- wzoru matematycznego,
- tabeli,
- wektora przynależności,
- sumy lub całki.

W wielu pracach naukowych z zakresu teorii rozmytości [1], przedstawione są różne wzory matematyczne funkcji przynależności, charakteryzującej rozmyty zbiór wartości. W niniejszym opracowaniu przyjęto następujące postaci funkcji przynależności:

- nierozmyta funkcja I rodzaju (rys. 1a) opisana wzorem

$$\mu_I(x, x_1) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \neq x_1 \\ 1 & \text{dla } x = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

– rozmyta funkcja II rodzaju (rys. 1b) opisana wzorem

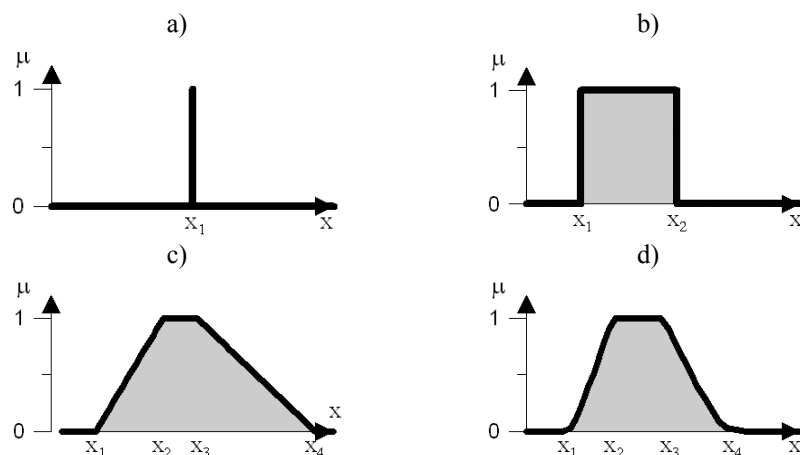
$$\mu_{II}(x, x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < x_1 \\ 1 & \text{dla } x_1 \leq x \leq x_2 \\ 0 & \text{dla } x > x_2 \\ x_1 < x_2 \end{cases} \quad (2)$$

– rozmyta funkcja III rodzaju (rys. 1c) opisana wzorem

$$\mu_{III}(x, x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < x_1 \\ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} & \text{dla } x_1 \leq x < x_2 \\ 1 & \text{dla } x_2 \leq x < x_3 \\ \frac{-x + x_2}{x_2 - x_1} & \text{dla } x_3 \leq x < x_4 \\ 0 & \text{dla } x \geq x_4 \\ x_1 < x_2 \leq x_3 < x_4 \end{cases} \quad (3)$$

– rozmyta funkcja IV rodzaju (rys. 1d) opisana wzorem

$$\mu_{IV}(x, x_1, x_2, x_3, x_4, a_1, a_2) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < x_1 \\ \frac{1 - \cos \left[\pi \frac{|x - x_1|^{a_1}}{|x_2 - x_1|} \right]}{2} & \text{dla } x_1 \leq x < x_2 \\ 1 & \text{dla } x_2 \leq x < x_3 \\ \frac{1 - \cos \left[\pi \frac{|x - x_4|^{a_2}}{|x_4 - x_3|} \right]}{2} & \text{dla } x_3 \leq x < x_4 \\ 0 & \text{dla } x \geq x_4 \\ x_1 < x_2 \leq x_3 < x_4 \end{cases} \quad (4)$$



Rys. 1. Zestawienie kształtów funkcji przynależności dla czterech zdefiniowanych typów zbiorów rozmytych

Fig. 1. The graphs of membership functions for four defined types of the fuzzy sets

3. ROZMYTY MODEL MATEMATYCZNY BILANSU MATERIAŁÓW WSADOWYCH O ROZMYTYM SKŁADZIE CHEMICZNYM

Model matematyczny bilansu *i*-tego pierwiastka chemicznego dla *n* materiałów wsadowych oraz *k*-tej wartości stopnia przynależności można przedstawić zależnością:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n A_{Lij}^k x_j = A_{Liw}^k \sum_{j=1}^n x_j \\ \sum_{j=1}^n A_{Pij}^k x_j = A_{Piw}^k \sum_{j=1}^n x_j \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:

A_{Lij}^k, A_{Pij}^k - odpowiednio minimalna (L) i maksymalna (P) zawartość *i*-tego pierwiastka chemicznego ($i=1,2,\dots,m$; *m* – liczba uwzględnianych pierwiastków chemicznych) w *j*-tym materiale wsadowym ($j=1,2,\dots,n$; *n* – liczba uwzględnianych materiałów wsadowych), dla *k*-tej wartości stopnia przynależności, %,

A_{Liw}^k, A_{Piw}^k - odpowiednio minimalna (L) i maksymalna (P) zawartość *i*-tego pierwiastka chemicznego we wsadzie, dla *k*-tej wartości stopnia przynależności, %,

x_j - udział masowy lub procentowy *j*-tego materiału we wsadzie, kg lub %.

Bilans masowy jest identyczny jak w przypadku deterministycznym i jest wyznaczany z trzeciego równania układu warunków ograniczających (2).

W przypadku wyznaczania bilansu pierwiastków chemicznych i występowania jednocześnie różnych typów funkcji przynależności, obliczenia według zależności (5) należy realizować na dwóch poziomach wartości funkcji $\mu(x)$ w przypadku typów I, II i III albo na możliwie dużej liczbie poziomów gdy dodatkowo stosowany jest typ IV tej funkcji.

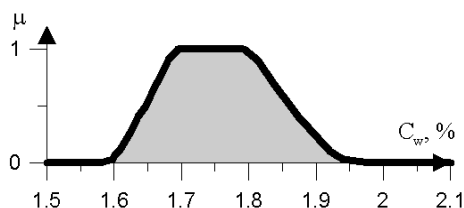
4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY BILANSU MATERIAŁÓW WSADOWYCH O ROZMYTYM SKŁADZIE CHEMICZNYM

Praktyczne zastosowanie modelu bilansu (5) podano dla zawartości węgla w poszczególnych materiałach wsadowych. Zestawienie funkcji przynależności dla każdego materiału wsadowego zawarto w tabeli 1.

Tabela 1. Przykładowe funkcje przynależności
Table 1. The examples of the membership functions

Material	Funkcja przynależności μ	Wykres funkcji μ
Skł. 1	$\mu_{II}(x, 0.24, 0.32)$	
Skł. 2	$\mu_{IV}(x, 2.8, 3.0, 3.1, 3.4, 1.5, 2.5)$	
Skł. 3	$\mu_I(x, 0.9)$	
Skł. 4	$\mu_{III}(x, 0.5, 0.7, 0.8, 1.15)$	
Skł. 5	$\mu_{II}(x, 3.0, 3.2)$	

Dla przyjętych w tym przykładzie udziałów procentowych: $x_1=18\%$, $x_2=32\%$, $x_3=10\%$, $x_4=26\%$, $x_5=14\%$, po wykonaniu obliczeń bilansu według (5) otrzymano funkcję przynależności, której wykres pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Wykres funkcji przynależności dla danych z przykładu obliczeniowego

Fig. 2. The graph of membership function for the data from the calculation example

5. PODSUMOWANIE

Zaprezentowany model bilansu materiałów wsadowych o niepewnym składzie chemicznym może być zastosowany w zagadnieniach optymalizacji wyznaczania namiaru wsadu dla pieców odlewniczych, szczególnie w sytuacjach, gdy posiadane informacje technologiczne obciążone są niepewnością.

LITERATURA

- [1] Piegat A. Modelowanie sterowanie rozmyte. Wyd. EXIT, Warszawa, 1999.
- [2] Ziółkowski E.: Zastosowanie metod programowania matematycznego w optymalizacji wytopu w piecach odlewniczych. Praca zbiorowa pod redakcją Janusza Kacprzyka i Jana Węglarza pt.: „Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wieku. Modelowanie i Optymalizacja. Metody i zastosowania. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2002, s. II-21÷II-32.

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2003-2006 jako projekt badawczy.

THE MATHEMATICAL MODEL OF CHARGE MATERIALS BALANCE WITH UNCERTAIN CHEMICAL CONSTITUTION

SUMMARY

The article presents a fuzzy mathematical model of charge materials balance characterised by approximate (uncertain) chemical constitution.

The author has described alternatives fuzzy chemical constitution of charge materials as well as a following size of the calculation tasks.

Recenzował: Prof. Roman Wrona