

**WPLYW NIEJEDNORODNOŚCI STĘŻENIA ZAWIESINY  
NA WIELKOŚCI PROCESU CIĄGŁEJ  
SEDMYMENTACJI WIELOSTRUMIENIOWEJ  
Z UWZGLĘDNIENIEM ROZWOJU RUCHU LAMINARNEGO**

NIEDŹWIEDZKI Zenon<sup>1</sup>  
Politechnika Łódzka, Zakład Odlewnictwa  
90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 1

**STRESZCZENIE**

Przedstawiono zależności wielkości procesu ciągłej sedymentacji wielostrumieniowej z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego od wybranych wielkości geometrycznych i eksploatacyjnych przewodu wypełnienia osadnika uwzględniające niejednorodność stężenia zawiesiny.

*Key words: foundry, settling tank, sedimentation.*

**1. WSTĘP**

W pracach teoretycznych dotyczących modelowania procesu sedymentacji wielostrumieniowej uważa się, że procesy zachodzące w pojedynczym przewodzie oraz poszczególnych przewodach są identyczne [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Zakłada się jawnie, że źródło zawiesiny ma kształt przekroju wlotowego, stały strumień objętości zawiesiny, jednorodną gęstość powierzchniową oraz niezmienność w czasie. Ponadto zakłada się jednakową gęstość cząstek, niezmienność w czasie gęstości i

---

<sup>1</sup> Dr hab. inż. Zenon Niedźwiedzki prof. PŁ, kaczonek @ ck-sg.p.lodz.pl

lepkości cieczy w przestrzeni sedymentacji, stałość składu ziarnowego w czasie i na powierzchni przekroju wlotowego oraz stałe stężenie zawiesiny [5].

W prezentowanym opracowaniu przedstawiono wpływ niejednorodności stężenia zawiesiny w przekroju wlotowym na wielkość procesu sedymentacji wielostrumieniowej z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego zawiesiny.

## 2. POLE PRĘDKOŚCI CIECZY W PRZEWODZIE WYPEŁNIENIA WIELOSTRUMIENIOWEGO Z UWZGLĘDNIENIEM ROZWOJU RUCHU LAMINARNEGO

Proces rozwijania się pola prędkości przepływu laminarnego jest istotny w wielu zagadnieniach technologicznych. Bardzo duże znaczenie ma ono w procesie sedymentacji wielostrumieniowej, szczególnie w przewodach o małej głębokości umożliwiających znaczące zwiększenie stężenia cząstek w środkowej części strumienia zawiesiny.

Ciecz wpływająca z dostatecznie dużego zbiornika do wnętrza przewodu o zaokrąglonych krawędziach w przekroju wlotowym charakteryzuje się równomiernym polem prędkości. W pobliżu ścianek tego przewodu w obszarze, gdzie siły lepkości są tego samego rzędu, co siły bezwładności, występuje na małej odległości od ściany duża zmiana wartości prędkości, której towarzyszą duże naprężenia styczne. Obszar ten nazywamy warstwą przyścienną. Rozdziela ona ciecz na dwa strumienie, jeden z dynamiczną warstwą przyścienną i drugi stanowiący jądro strumienia, w którym naprężenia styczne są małe. Analizę ruchu cieczy w początkowej części przewodu w oparciu o rozwijanie się warstwy przyściennej przedstawiono między innymi w pracach [1,2].

W rozważaniach przyjęto, że zakończenie rozwoju ruchu laminarnego jest osiągnięte, gdy znika składowa prędkości  $U_x(x,y)$ , tzn. osiąga w danym przekroju poprzecznym przewodu wartość bliską zero oraz składowa prędkości  $U_y(x,y)$  przestaje być zależna od  $y$  (oś  $y$  pokrywa się z osią wzdłużną przewodu). Powyższe warunki dla rozwoju ruchu laminarnego w przewodzie utworzonym z płyt równoległych będą spełnione, gdy argument funkcji składowych prędkości  $y$  będzie równy  $y_{pp}$ , gdzie  $y_{pp} = C_p \cdot Re_p \cdot d_{hp}$ .  $Re_p$  oraz  $d_{hp}$  są odpowiednio liczbą Reynoldsa określoną dla przewodu płytowego, a  $d_{hp}$  jego średnicą hydrauliczną. Dla przewodu o określonym kształcie przekroju poprzecznego długość odcinka rozwoju ruchu laminarnego zazwyczaj jest większa i wynosi  $y_{pk} = C_k \cdot Re_k \cdot d_{hk}$ . Zatem w celu zmodyfikowania - dostosowania równań Targa dla przekroju środkowego przewodu o dowolnym przekroju poprzecznym o znaną z doświadczenia wartość  $C_k$ , wartość argumentu  $y$  musi być równa  $y_{pp}$ . Stąd dla tej samej wartości średniej prędkości  $V_p$  w przewodzie płytowym i o dowolnym przekroju poprzecznym wynika, że dla tego ostatniego argument musi mieć postać  $y(y_{pp}/y_{pk})$

$$\text{czyli } y \cdot \frac{C_p \cdot d_{hp}^2}{C_k \cdot d_{hk}^2}.$$

Zmodyfikowane równanie Targa, w którym wykorzystuje się wielkość  $C_k$  określoną doświadczalnie dla przekroju środkowego, ma postać:

$$U_y(x, y) = \frac{3}{2} \cdot \left(1 - \frac{16 \cdot x^2}{d_{hp}^2}\right) \cdot V_p +$$

$$- 2 \cdot V_p \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \cdot \left[ I - \frac{\cos\left(\gamma_n \cdot \frac{4 \cdot x}{d_{hp}}\right)}{\cos(\gamma_n)} \right] \cdot \exp\left(-\frac{16 \cdot \gamma_n^2 \cdot v \cdot C_p}{V_p \cdot d_{hk}^2 \cdot C_k} \cdot y\right) \quad (1)$$

oraz dla składowej dośrodkowej

$$U_x(x, y) = -\frac{32 \cdot v \cdot C_p}{C_k \cdot d_{hk}^2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[ x - \frac{d_{hp} \cdot \sin\left(\gamma_n \cdot \frac{4 \cdot x}{d_{hp}}\right)}{4 \cdot \gamma_n \cdot \cos(\gamma_n)} \right] \cdot \exp\left(-\frac{16 \cdot \gamma_n^2 \cdot v \cdot C_p}{V_p \cdot d_{hk}^2 \cdot C_k} \cdot y\right) \quad (2)$$

gdzie  $d_{hk} = \frac{2 \cdot x_o \cdot z_o}{x_o + z_o}$  oraz  $d_{hp} = 2 \cdot x_o$ .

Powyższe równania znalazły zastosowanie do wyznaczania toru cząstki granicznej, stężenia zawiesiny w odpływie oraz skuteczności przewodu i osadnika.

### 3. STĘŻENIE ZAWIESINY, SKUTECZNOŚĆ PRZEWODU I OSADNIKA

W celu wyznaczenia dla danej głębokości wpływania, określonej w układzie współrzędnych prostokątnych  $Oxyz$  o początku położonym na osi symetrii profilu przekroju wlotowego w górnej jego części, wielkości cząstki granicznej wystarczy sformułowanie warunku zakończenia ruchu w obszarze  $(y_o \pm 4y, x_o - \Delta x)$ , tzn., że cząstka osiągnie głębokość przewodu lub przekrój wylotowy bądź położenie następne będzie bliższe przekrojowi wlotowemu w tym obszarze.

Uwzględniając warunek zakończenia ruchu cząstki, w oparciu o analizę algorytmiczną trajektorii cząstek rozpoczynających ruch z określonych głębokości przekroju wlotowego określono wymiar cząstki granicznej  $d_{gr}(x)$ . Średnią prędkość przestrzeni związanej z cząstkami przepływającej przez elementarną powierzchnię  $dx \cdot dz$  położoną na głębokości  $x$  w warstwie  $z$  określono zależnością

$$V_{pgr} = V_p - V_0 d_{gr} \quad (3)$$

gdzie  $V_{0d_{gr}} = \frac{I}{d_{gr}} \cdot \int_0^{d_{gr}} w(d) \cdot dd$ ,  $w(d)$  jest składową w kierunku osi  $Oy$  prędkości opadania swobodnego.

Dla skończonego elementu powierzchni o określonym położeniu strumień masy cząstek przepływających (nie zatrzymanych) przez niego dla elementów środkowej warstwy przekroju wlotowego wynosi

$$m_r = V_{p_{cr}} \cdot \Delta x \cdot \Delta z \cdot u[d_{gr}(x_i)] \cdot Z_{dx} \quad (4)$$

gdzie,  $u[d_{gr}(x_i)]$  jest funkcją ujmującą cechy rozkładu wielkości cząstek zawiesiny i wyraża udział masy cząstek mniejszych od  $d_{gr}(x_i)$  w ogólnej masie cząstek w zawieszynie.

Natomiast stężenie w dopływie określone jest jako funkcja zależna również od głębokości i szerokości przewodu. W szczególności stężenia w dopływie  $Z_{dx}$  można określić jako funkcję głębokości przewodu  $x_i$ , gdzie  $Z_{dmin}$  i  $Z_{dmax}$  są wartościami skrajnymi.  $Z_{dx} = Z_{dmin} + (Z_{dmax} - Z_{dmin}) \cdot x_i / x_o$  bądź  $Z_{dx} = Z_{dmax} - (Z_{dmax} - Z_{dmin}) \cdot x_i / x_o$  oraz  $Z_d = (Z_{dmax} + Z_{dmin}) / 2$ .

Stąd strumień masy cząstek wpływających przez przekrój wlotowy warstwy wyniesie

$$M_r = \sum_{i=1}^{w-1} m_r(i) \quad (5)$$

Zatem stężenie zawiesiny w odpływie opuszczającej przekrój wylotowy warstwy środkowej przewodu wynosi

$$Z_{oze} = \frac{M_r}{V_p \cdot x_o \cdot \Delta z} \quad (6)$$

Stężenie zawiesiny opuszczającej cały przekrój wylotowy jest uzależnione od stężenia  $Z_{oze}$  i współczynnika wyrównania stężenia  $s$  będącego funkcją względnej szerokości przewodu  $z_o / x_o$  i prędkości  $V_p$ .

$$Z_{oce} = \frac{Z_{oze}}{s[(z_o / x_o), V_p]} \quad (7)$$

Korzystając z warunku równowagi sił działających na cząstkę wpływającą przez przekrój wlotowy, określono największy jej wymiar  $d_{wr max}$ . Stąd strumień masy cząstek wpływających przez przekrój wlotowy przewodu wynosi

$$M_{wr} = V_{p_{wr}} \cdot x_o \cdot z_o \cdot u(d_{wr max}) \cdot Z_d \quad (8)$$

gdzie:  $V_{p_{wr}} = V_p - V_{0d_{wr max}}$ ,  $V_{0d_{wr max}}$  jest średnią składowych w kierunku  $Oy$  granicznych prędkości opadania swobodnego,  $u(d_{wr max})$  jest funkcją ujmującą cechy rozkładu wielkości cząstek zawiesiny i wyraża udział masy cząstek mniejszych od  $d_{wr max}$  w ogólnej masie cząstek w zawieszynie.

$$d_{wrmax} = \sqrt{\frac{V_p}{k \cdot \sin \beta}} \quad (9)$$

Zatem stężenie za przekrojem wlotowym wynosi

$$Z_{wce} = \frac{M_{wr}}{V_p \cdot x_o \cdot z_o} \quad (10)$$

i będzie ono równe stężeniu za przekrojem wlotowym warstwy środkowej  $Z_{wze}$ .

Stąd skuteczność strumieniowa przewodu dla przekroju warstwy środkowej przewodu z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego wynosi

$$\eta_{zep} = 1 - \frac{Z_{oze}}{Z_{wze}} \quad (11)$$

a skuteczność strumieniowa przewodu dla całego przekroju przewodu z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego

$$\eta_{cep} = 1 - \frac{Z_{oce}}{Z_{wce}} \quad (12)$$

Z kolei skuteczność strumieniowa osadnika dla przekroju warstwy środkowej przewodu z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego wynosi

$$\eta_{zeo} = 1 - \frac{Z_{oze}}{Z_d} \quad (13)$$

a skuteczność strumieniowa osadnika dla całego przekroju przewodu z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego

$$\eta_{ceo} = 1 - \frac{Z_{oce}}{Z_d} \quad (14)$$

Zdefiniowane charakterystyczne wielkości przewodu oraz osadnika zostaną poddane analizie i omówione jako funkcje niektórych wielkości procesu.

#### 4. WPŁYW NIEJEDNORODNOŚCI STĘŻENIA ZAWIESINY W DOPŁYWIE NA STĘŻENIE ZAWIESINY W ODPLYWIE I SKUTECZNOŚĆ SEDYMENTACJI

Analizie poddano dwie niejednorodności stężeń zawiesiny w przekroju wlotowym. Pierwszą scharakteryzowano wartością maksymalną na głębokości  $x=0$  (oznaczoną jako MAX), drugą wartością minimalną dla tej głębokości (oznaczoną jako MIN). Zależność stężenia zawiesiny w odpływie opuszczającej przekrój wylotowy przewodu  $Z_{oce}$  od średniej prędkości przepływu zawiesiny  $V_p$  dla różnych głębokości przewodu ( $x_o=0,011$ ;

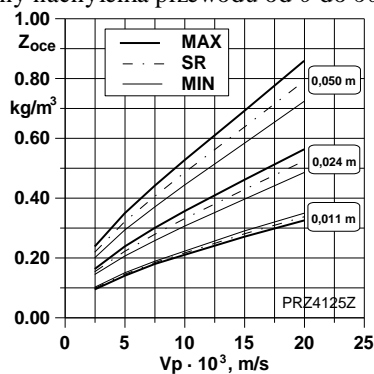
0,024 oraz 0,050 m) przedstawiono na rys. 1. Zależność  $Z_{oce}(V_p)$  dla wartości średniej stężenia oznaczono symbolem SR.

Z analizy przedstawionych zależności (Rys. 1.) wynika, że wpływ niejednorodności stężeń zawiesiny zmniejsza się w miarę zmniejszania głębokości przewodu i prędkości przepływu. Ponadto dla głębokości  $x_o=0,011$  m występuje odwrócenie charakterystyk tzn., że dla pierwszej niejednorodności (MAX) uzyskujemy wartości stężenia zawiesiny w odpływie mniejsze niż dla jednorodności drugiej oznaczonej jako MIN. Odwrócenie charakterystyk dla badanych niejednorodności następuje wtedy, gdy względna długość przewodu  $y_o/x_o$  przekroczy wartość 20. Niejednorodność stężeń zawiesiny bardziej intensywnie wpływa na stężenie zawiesiny w odpływie w przewodach głębszych.

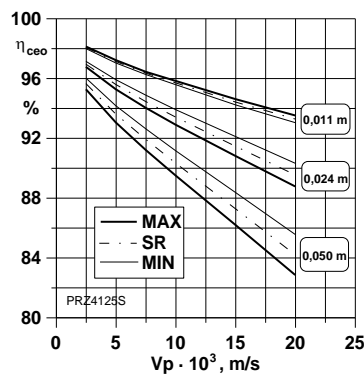
Skuteczność strumieniową osadnika dla całego przekroju przewodu  $\eta_{ceo}$  od  $V_p$  dla różnych głębokości przewodu  $x_o$  przedstawiono na rys. 2. Analiza przedstawionych zależności pozwala zaobserwować największą intensywność zmniejszania się skuteczności dla najgłębszego przewodu ( $x_o=0,050$  m), dla którego również ujawnia się największy wpływ niejednorodności stężeń zawiesiny.

Ponadto przewód o głębokości  $x_o=0,011$  m charakteryzuje się największą skutecznością dla pierwszej niejednorodności. Wynika to z właściwości pola prędkości odcinka rozwoju ruchu laminarnego i znaczącego wpływu dośrodkowej składowej prędkości unoszenia. Powiększenie nachylenia przewodu zwiększa stężenie zawiesiny w odpływie. Wynika to z analizy zależności  $Z_{oce}(\beta)(x_o=0,024$  m), przedstawionej na rys. 3. Wartość różnicy stężeń (MAX, MIN), wywołanej niejednorodnością stężeń zawiesiny w przekroju wlotowym, zwiększa się nieznacznie w zakresie nachylenia przewodu od 0 do 75°.

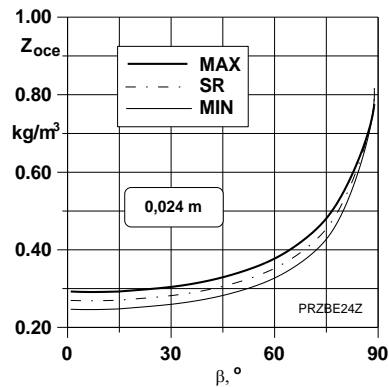
Skuteczność strumieniową osadnika dla całego przekroju przewodu  $\eta_{ceo}$  od  $\beta$  ( $x_o=0,024$  m) przedstawiono na rys. 4. Z analizy jej wynika że, skuteczność  $\eta_{ceo}$  zmniejsza się najbardziej intensywnie po przekroczeniu nachylenia większego od 75°, a niejednorodność stężeń wywołuje nieznacznie zwiększającą się różnicę skuteczności w zakresie zmiany nachylenia przewodu od 0 do 60°.



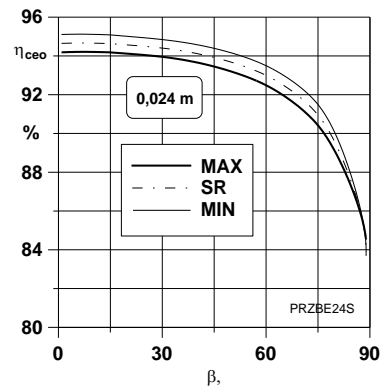
Rys. 1. Zależność  $Z_{oce}(V_p)$   
Fig. 1. Dependence  $Z_{oce}(V_p)$



Rys. 2. Zależność  $\eta_{ceo}(V_p)$   
Fig. 2. Dependence  $\eta_{ceo}(V_p)$



Rys. 3. Zależność  $Z_{oe}(\beta)$   
 Fig. 3. Dependence  $Z_{oe}(\beta)$



Rys. 4. Zależność  $\eta_{oeo}(\beta)$   
 Fig. 4. Dependence  $\eta_{oeo}(\beta)$

Omówione niejednorodności stężenia zawiesiny w przekroju wlotowym wpływają na wartość stężenia w odpływie oraz na wartość skuteczności strumieniowej osadnika wielostrumieniowego.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawione i omówione zależności stężenia zawiesiny w odpływie i skuteczności osadnika w procesie ciągłej sedymentacji wielostrumieniowej z uwzględnieniem rozwoju ruchu laminarnego ujawniają szczególne cechy przewodów o małej głębokości, które stwarzają możliwości nowych rozwiązań wypełnień osadników wielostrumieniowych.

## LITERATURA

- [1] Kowalski W. P.: *Podstawy teoretyczne projektowania osadników z wkładami wielostrumieniowymi*. Zeszyty Naukowe. AGH, z. 27, nr 1500(1992).
- [2] Niedźwiedzki Z.: *Badania teoretyczne i eksperymentalne wypełnień osadników wielostrumieniowych*. Zesz. Nauk. Politechniki Łódzkiej, z. nr 863, (2000).
- [3] Niedźwiedzki Z.: *Badanie właściwości procesu ciągłej sedymentacji wielostrumieniowej*. Archiwum Odlewnictwa PAN. Rocznik 1. Nr 1 (1/2), (2001) 201-209.

- [4].Niedźwiedzki Z.: *Proces ciągłej sedymentacji wielostrumieniowej w zastosowaniu do urządzeń odlewniczych*. Archiwum Odlewnictwa PAN. Rocznik 2. Nr 5, (2002) 112-117.
- [5] Niedźwiedzki Z.: *Zasadnicze założenia i wielkości procesu ciągłej sedymentacji wielostrumieniowej*. Archiwum Odlewnictwa PAN. Rocznik 2 Nr 6 (2002) 155-160.
- [6] Niedźwiedzki Z.: *Wpływ niejednorodności stężenia zawiesiny na wielkości procesu ciągłej sedymentacji wielostrumieniowej*. Archiwum Odlewnictwa PAN. Rocznik 3 Nr 8 (2003) 125-130.

**THE DEPENDENCE OF NONHOMOGENEOUS CONCENTRATION OF  
SUSPENSION ON THE PARAMETERS OF CONTINUOUS MULTIJET  
SEDIMENTATION WITH TAKING INTO CONSIDERATION OF THE  
DEVELOPMENT OF THE LAMINAR MOTION**

**SUMMARY**

The work presents the dependences of the parameters of continuous multijet sedimentation process with taking into consideration of the development of the laminar motion on selected geometrical and operating parameters of the mud box tube. The nonhomogeneous concentration of suspension in the outlet is also taken into consideration.

Recenzował: prof. dr inż. Józef Gawroński