

Ryszard Parkitny  
Norbert Szczygiel

## RÓWNANIA KRZEPNIĘCIA OBJĘTOŚCIOWEGO DWUSKŁADNIKOWYCH STOPÓW METALI

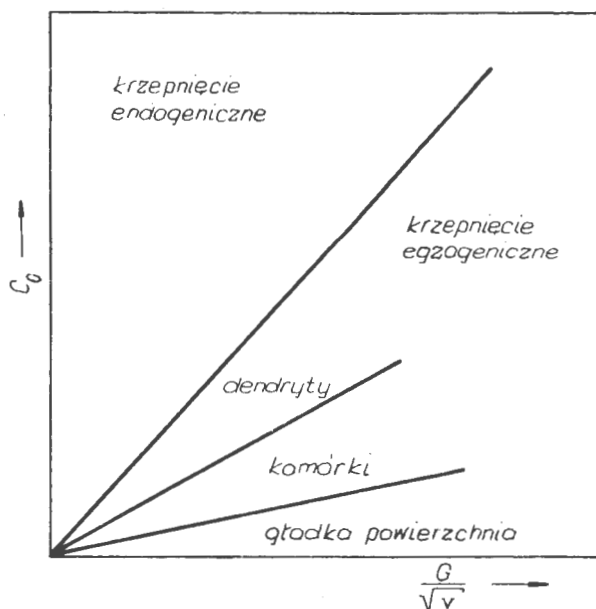
### 1. Charakterystyka krzepnięcia objętościowego

Krzepnięcie objętościowe następuje poprzez jednoczesny wzrost kryształów równomiernie rozmieszczonych w całej, lub tylko pewnej ograniczonej objętości odlewu. Krzepnięcie objętościowe jest możliwe jedynie w jednorodnym, będącym tylko funkcją czasu polu temperatur. Krzepnięcie takie nazywane jest również endogenicznym, w odróżnieniu od krzepnięcia egzogenicznego, w którym zarodki kryształów powstają na styku formy odlewniczej z ciekłym metalem, a kryształy rosną następnie w głąb ciekłego metalu [10].

Krzepnięcie objętościowe realizowane jest przez wzrost zarodków krystalizacji powstających samorzutnie wewnątrz ciekłego obszaru odlewu (zarodki homogeniczne) lub wprowadzonych z zewnątrz (zarodki heterogeniczne). Wprowadzenie zarodków krystalizacji z zewnątrz może być celowe, np. w odlewaniu suspensyjnym [5, 11], lub następować w wyniku procesów zachodzących na froncie krzepnięcia oraz na styku ciekłego metalu z fazą gazową. W dwóch ostatnich przypadkach mówi się o tzw. "rozmnożeniu" kryształów [1]. Konwekcja ciekłego metalu w obrębie dendrytycznego frontu krzepnięcia może prowadzić do odrywania fragmentów dendrytów [1], możliwe jest również roztopianie podstaw ramion dendrytów [6]. Powstałe w ten sposób cząstki fazy stałej przenoszone są następnie w głąb obszaru ciekłego. Z kolei, zarodki krystalizacji powstające na powierzchni sty-

ku ciekłego metalu z fazą gazową prowadzą do tzw. mechanizmu "deszczowego" wprowadzania zarodków. Mechanizm ten został odkryty przez R.T. Southina [12], a następnie potwierdzony precyzyjnymi badaniami przeprowadzonymi przez S. Englera i K. Gßckmanna [3] oraz S. Englera i R. Ellerbroka [2]. Zarodki krystalizacji wprowadzone z zewnątrz prowadzą do powstania ziaren równoosiowych. Struktura wewnętrzna tych ziaren jest najczęściej dendrytyczna [7], stąd często zwane są one również dendrytami równoosiowymi.

Wystąpienie krzepnięcia objętościowego, w którym powstają zarodki homogeniczne, jest uzależnione od stężenia domieszki oraz gradientu temperatury w cieczy i prędkości krzepnięcia [10], co zilustrowano schematycznie na rys. 1. Schemat ten można potraktować jako pewne kryterium



Rys. 1. Wpływ składu chemicznego i warunków krzepnięcia na charakter krzepnięcia:  $C_0$  - stężenie wyjściowe domieszki,  $G$  - gradient temperatury w fazie ciekłej,  $v$  - prędkość krzepnięcia

krzepnięcia objętościowego. Z kryterium tego wynika, że dla odpowiednio dużego stężenia domieszki maleje wpływ warunków odbioru ciepła przez formę, a zatem wpływ  $G$  i  $v$  na wystąpienie krzepnięcia objętościowego.

Potwierdzają to badania S. Englera i G. Schleitinga [4], którzy stwierdzili, że np. stop Al-20% Cu krzepnie objętościowo zarówno w formie piaskowej, jak i metalowej, podczas gdy stop Al-2% Cu krzepnie objętościowo jedynie w formie piaskowej, natomiast w formie metalowej - dendrytycznie.

Inne kryterium krzepnięcia objętościowego podał A.I. Wiejnik [13]; krzepnięcie objętościowe zajdzie, gdy zostanie spełniona następująca zależność

$$\frac{\Delta T_{\text{krz.}}}{\Delta T} \gg 1,$$

gdzie

$\Delta T_{\text{krz.}}$  - przedział temperatur krzepnięcia,

$\Delta T$  - spadek temperatury na przekroju ścianki odlewu.

Z kryterium tego wynika, jakie warunki odbioru ciepła z odlewu należy spełnić, aby przy zadanym składzie chemicznym stopu (zadany  $\Delta T_{\text{krz.}}$ ) odlew krzepnął objętościowo.

Istotnym zagadnieniem w krzepnięciu objętościowym jest prędkość tworzenia się zarodków krystalizacji. Jest ona proporcjonalna do stężenia subzarodków, tj. zarodków o promieniu mniejszym od krytycznego, rozrastających się następnie wskutek fluktuacji cieplnych. Prawdopodobieństwo powstania subzarodków jest proporcjonalne do wyrażenia [8]

$$e^{-\frac{\Delta G_k}{kT}},$$

gdzie

$\Delta G_k$  - przyrost potencjału termodynamicznego podczas tworzenia jednego zarodka,

$k$  - stała Boltzmanna,

$T$  - temperatura,

zatem prędkość tworzenia się zarodków krytycznych  $J$  wynosi

$$J = Ae^{-\frac{\Delta G_k}{kT}},$$

przy czym dla zarodka kulistego

$$\Delta G_k = \frac{16\gamma^3 V_m^2}{3(\Delta g)^2},$$

gdzie

$A$  - współczynnik,

$\gamma$  - właściwa energia swobodna,

$V_m$  - objętość molowa fazy zarodkującej,

$\Delta g$  - różnica potencjałów termodynamicznych dla jednego mola fazy ciekłej i stałej (ma wartość ujemną).

Zależność na  $J$  obowiązuje dopiero po pewnym określonym czasie inkubacji, podczas którego następuje wzrost subzarodków do rozmiarów krytycznych. W fazach skondensowanych, jak np. ciekłych metalach, dyfuzja cząstek, względnie ich przejście do zarodka wymaga dodatkowej energii aktywacji, współczynnik  $A$  należy więc zmodyfikować zgodnie z zależnością

Arrheniusa dla reakcji aktywowanych termicznie o czynnik  $\left(\frac{kT}{h}\right)e^{-\frac{G_D}{kT}}$ .

Wtedy

$$J = A' kT e^{-\frac{\Delta G_k + \Delta G_D}{kT}},$$

gdzie

$A'$  - zmodyfikowany współczynnik  $A$ ,

$\Delta G_D$  - energia aktywacji,

$h$  - stała Plancka.

Zgodnie z tą zależnością dla małych przeschłodzeń (dla małych  $\Delta g$ ) zachodzi znikoma prędkość zarodkowania. Dopiero po przekroczeniu pewnej krytycznej wartości przeschłodzenia następuje gwałtowny wzrost prędkości zarodkowania. Wielkość zarodków krytycznych dla krytycznego przeschłodzenia wynosi około 100 cząstek (atomów lub molekuł).

## 2. Model matematyczny procesu krzepnięcia

Krzepnący odlew potraktowano jako ciągły ośrodek materialny. Przyjęto, że podczas krzepnięcia w każdym punkcie (elemente różniczkowym

o objętości  $dV$ ) odlewu, lub tylko w jego ograniczonym obszarze krzepnącym objętościowo, występuje jednocześnie faza ciekła i stała. Odlew stanowi więc mieszaninę dwufazową o zmiennym podczas krzepnięcia udziale obu faz. Udział fazy stałej w elemencie różniczkowym zdefiniowano następująco:

$$\eta(t) = \frac{dV_s(t)}{dV}, \quad (1)$$

gdzie  $dV_s$  - objętość fazy stałej w elemencie różniczkowym  $dV$ .

Może on przyjmować następujące wartości:

$$\eta(t) = \begin{cases} 0, & \text{od temperatury zalania do osiągnięcia temperatury likwidusu,} \\ (0-1), & \text{w przedziale temperatur likwidusu i solidusu,} \\ 1, & \text{poniżej temperatury solidusu.} \end{cases}$$

Ponieważ suma udziałów obu faz wynosi 1, zatem udział fazy ciekłej jest równy  $1 - \eta(t)$ .

Przechodząc do krzepnięcia objętościowego przyjęto, że odwzorowaniem wspomnianych elementów różniczkowych  $dV$  w odlewie rzeczywistym może być ziarno. Ziarna te mają kształt kulisty. Założono ponadto, że wszystkie ziarna krzepną jednakowo. Wobec tego przepływ masy musi zachodzić jedynie w obrębie tych ziaren, a z każdego ziarna musi w jednostce czasu wypływać jednakowa ilość ciepła. Ciepło  $Q$  wypływające z odlewu przejmowane jest przez formę odlewniczą. Jeżeli na przekroju symetrycznej ścianki odlewu krzepnie  $2\mu$  ziaren, to ilość ciepła odbieranego w jednostce czasu z jednego ziarna wynosi  $Q/\mu$  (ciepło odbierane jest jednakowo przez obie ścianki odlewu).

Przyjęto, że w ziarnie, czyli także w całym odlewie panuje jednorodne pole temperatur, równe temperaturze krzepnięcia. Temperatura krzepnięcia jest funkcją stężenia domieszki i spada zgodnie z przebiegiem linii likwidusu i solidusu na wykresie fazowym. Założono, że linie likwidusu i solidusu są liniami prostymi. Współczynnik rozdziału domieszki  $k$  wyrazić można zatem następująco:

$$k = \frac{C^s(\eta(t), t)}{C^l(\eta(t), t)}, \quad (2)$$

gdzie

$C$  - stężenie domieszki,

$s$  - faza stała,

$l$  - faza ciekła.

### 3. Bilans ciepła krzepnącego ziarna

Strumień ciepła wypływającego z krzepnącego ziarna oblicza się z następującej zależności (por. rys. 2) :

$$-\lambda_f \left. \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right|_{x=l} \cdot S = \frac{dq(t)}{dt} \cdot V,$$

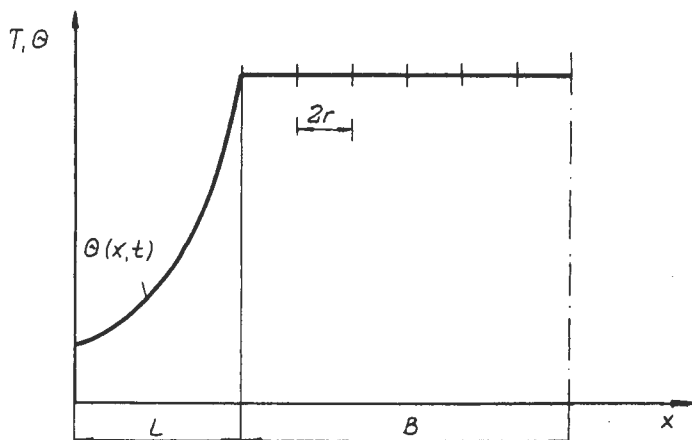
gdzie

$\lambda_f$  - współczynnik przewodzenia ciepła materiału formy,

$\theta(x, t)$  - pole temperatur formy,

$B$  - połowa grubości odlewu,

$l$  - grubość ścianki formy,



Rys. 2. Schemat wyjaśniający oszacowanie ilości ciepła odprowadzanego z krzepnącego ziarna;  $r$  - promień ziarna,  $T$  - temperatura ziarna (odlewu)

$S$  - pole powierzchni styku formy z odlewem,

$V$  - połowa objętości odlewu.

Uwzględniając, że

$$B = 2\mu r,$$

gdzie  $\mu$  - liczba ziaren na długości  $B$ , otrzymuje się poszukiwany strumień ciepła, wypływający z jednego krzepnącego ziarna

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{1}{2\mu r} \lambda_f \left. \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right|_{x=1}. \quad (3)$$

Na odprowadzane z ziarna ciepło składają się: ubytek ciepła w fazie stałej i ciekłej ziarna oraz ciepło wydzielające się w wyniku przyrostu fazy stałej. Bilans ciepła krzepnącego ziarna można więc zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \Delta q(t) = (\eta(t) + \Delta\eta(t)) \tilde{C}_s \varrho_s \Delta T(t) + (1 - \eta(t) - \Delta\eta(t)) \tilde{C}_l \varrho_l \Delta T(t) - \\ - \varrho_s L \Delta\eta(t), \end{aligned}$$

gdzie

$\tilde{C}$  - ciepło właściwe,

$\varrho$  - gęstość,

$\Delta T$  - spadek temperatury w ziarnie,

$L$  - ciepło krzepnięcia.

Przekształcając to równanie oraz dzieląc je obustronnie przez  $\Delta t$  i przechodząc do granicy otrzymuje się

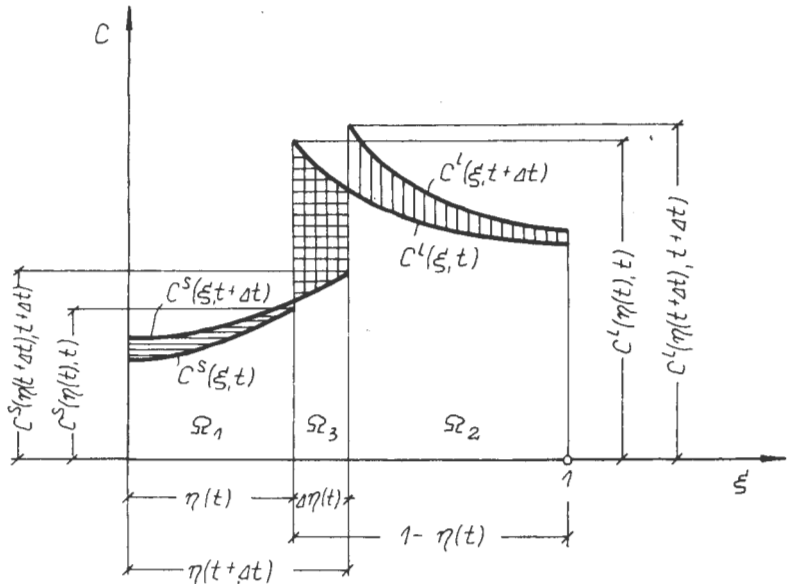
$$\left[ \eta(t) \tilde{C}_s \varrho_s + (1 - \eta(t)) \tilde{C}_l \varrho_l \right] \frac{dT(t)}{dt} - \varrho_s L \frac{d\eta(t)}{dt} = \frac{dq(t)}{dt}.$$

Podstawiając teraz po prawej stronie tego równania wyrażenie (3) otrzymuje się ostatecznie

$$\begin{aligned} \left[ \eta(t) \tilde{C}_s \varrho_s + (1 - \eta(t)) \tilde{C}_l \varrho_l \right] \frac{dT(t)}{dt} - \varrho_s L \frac{d\eta(t)}{dt} = \\ = -\frac{1}{2\mu r} \lambda_f \left. \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right|_{x=1}. \quad (4) \end{aligned}$$

## 4. Bilans domieszki krzepnącego ziarna

Bilans masy krzepnącego ziarna jest następujący (rys. 3):



Rys. 3. Schemat wyjaśniający bilans masy krzepnącego ziarna

$$\begin{aligned}
 & \iiint_{\Omega_1} C^S(\xi, t + \Delta t) d\Omega - \iiint_{\Omega_1} C^S(\xi, t) d\Omega + \\
 & + \iiint_{\Omega_2} C^L(\xi, t + \Delta t) d\Omega - \iiint_{\Omega_2} C^L(\xi, t) d\Omega = \\
 & - \iiint_{\Omega_3} C^L(\xi, t) d\Omega - \iiint_{\Omega_3} C^S(\xi, t + \Delta t) d\Omega.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Funkcję rozkładu stężenia w fazie stałej i ciekłej można przedstawić w postaci

$$C(\xi, t + \Delta t) = C(\xi, t) + \frac{\partial C(\xi, t)}{\partial t} \Delta t. \tag{6}$$



Rozważane zagadnienie jest osiowosymetryczne, a jedyną zmienną niezależną jest promień ziarna. Można więc w bilansie (5) przejść do całki pojedynczej. Podstawiając od razu (6) otrzymuje się po przekształceniach

$$\begin{aligned} & \int_0^{\eta(t) + \Delta\eta(t)} \xi^2 \frac{\partial C^s(\xi, t)}{\partial t} d\xi + \int_{\eta(t)}^1 \xi^2 \frac{\partial C^l(\xi, t)}{\partial t} d\xi + \\ & + \frac{1}{\Delta t} \int_{\eta(t)}^{\eta(t) + \Delta\eta(t)} \xi^2 C^s(\xi, t) d\xi - \frac{1}{\Delta t} \int_{\eta(t)}^{\eta(t) + \Delta\eta(t)} \xi^2 C^l(\xi, t) d\xi = 0. \end{aligned}$$

Ponieważ [9]

$$\int_a^b f(x) dx = (b - a) f(\rho),$$

zatem przy  $\Delta t \rightarrow 0$  i  $\Delta\eta(t) \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} & \int_0^{\eta(t)} \xi^2 \frac{\partial C^s(\xi, t)}{\partial t} d\xi + \int_{\eta(t)}^1 \xi^2 \frac{\partial C^l(\xi, t)}{\partial t} d\xi + \\ & + \frac{d\eta(t)}{dt} \eta^2(t) C^s(\eta(t), t) - \frac{d\eta(t)}{dt} \eta^2(t) C^l(\eta(t), t) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Podstawiając do (7) lewe strony równań dyfuzji w fazie stałej i ciekłej w postaci

$$\tilde{D} \left( \frac{\partial^2 C(\xi, t)}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial C(\xi, t)}{\partial \xi} - \frac{\partial C(\xi, t)}{\partial t} \right), \quad (8)$$

gdzie

$$\tilde{D} = \frac{D}{r^2},$$

przy czym dla rozważanego ziarna warunki brzegowe są następujące

$$\left. \frac{\partial C^s(\xi, t)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0, \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial C^l(\xi, t)}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0,$$

otrzymuje się w rezultacie klasyczny warunek ciągłości masy na powierzchni krzepnięcia

$$\begin{aligned} \tilde{D}^s \left. \frac{\partial C^s(\xi, t)}{\partial \xi} \right|_{\xi=\eta(t)} - \tilde{D}^l \left. \frac{\partial C^l(\xi, t)}{\partial \xi} \right|_{\xi=\eta(t)} = \\ = (C^l(\xi, t) \Big|_{\xi=\eta(t)} - C^s(\xi, t) \Big|_{\xi=\eta(t)}) \cdot \frac{d\eta(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (10)$$

Z przeprowadzonych tutaj rozważań wynika, że pola stężeń w fazie stałej i ciekłej ziarna są funkcjami współrzędnej  $\xi$  oraz czasu  $t$ . W takim przypadku współczynnik rozdziału domieszki określony jest wzorem (2).

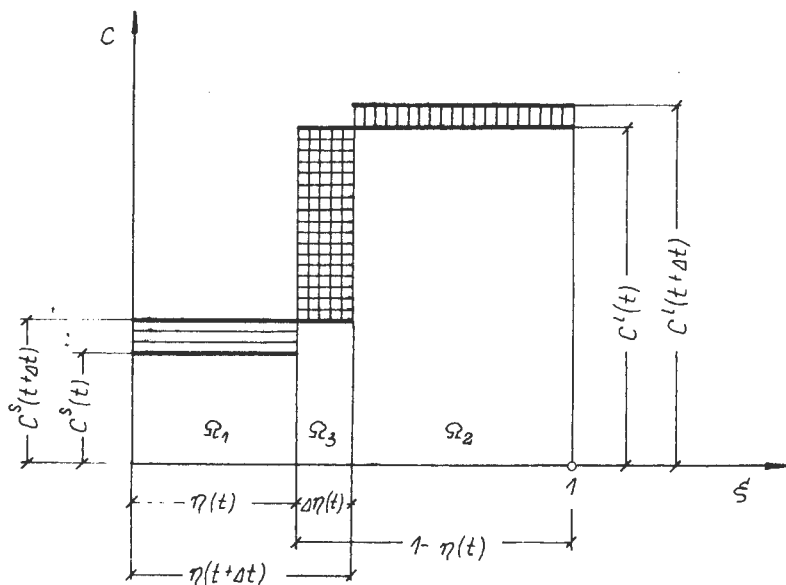
##### 5. Szczególne przypadki rozprowadzenia domieszki w ziarnie

Przedstawiony w poprzednim punkcie bilans masy dotyczy przypadku, gdy zarówno w fazie stałej, jak i ciekłej ziarna następuje dyfuzja domieszki. Rozważone zostaną kolejne trzy interesujące przypadki rozprowadzenia domieszki w ziarnie podczas jego krzepnięcia. Przypadki te dotyczą:

- pełnego rozprowadzenia domieszki w fazie stałej i ciekłej,
- pełnego rozprowadzenia domieszki w fazie ciekłej oraz braku dyfuzji domieszki w fazie stałej,
- pełnego rozprowadzenia domieszki w fazie ciekłej oraz dyfuzji domieszki w fazie stałej.

Dla przypadku pełnego rozprowadzenia domieszki w fazie stałej i ciekłej (rys. 4) należy uwzględnić

$$\begin{aligned} C^s(\xi, t) &= C^s(t), \\ C^l(\xi, t) &= C^l(t), \end{aligned} \quad (11)$$



Rys. 4. Pełne rozprzodzenie domieszki w fazie stałej i ciekłej

$$k = \frac{C^s(t)}{C^l(t)}.$$

Równanie (7) przyjmuje wtedy postać

$$3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^s(t) + \eta^3(t) \frac{dC^s(t)}{dt} + (1 - \eta^3(t)) \frac{dC^l(t)}{dt} - \\ - 3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^l(t) = 0. \quad (12)$$

Rozwiązanie równania (12) jest następujące:

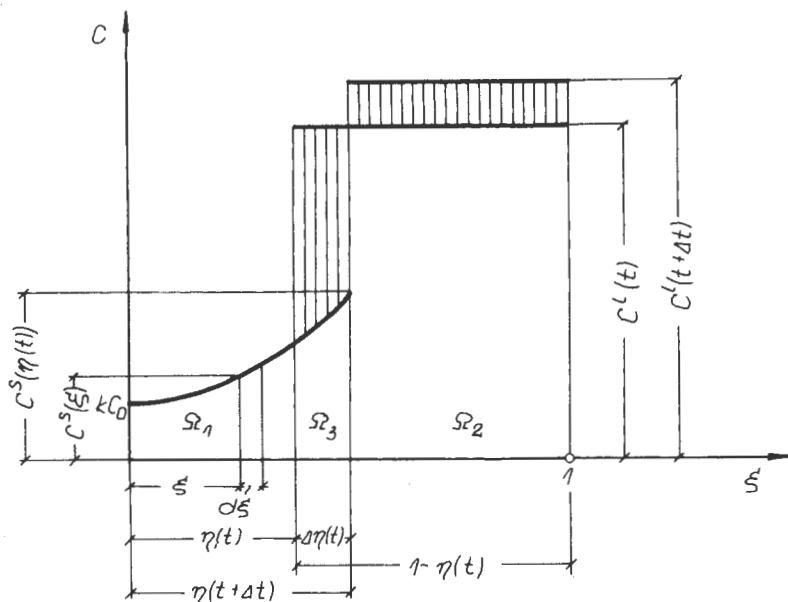
$$C^l(t) = C_0 \frac{1 - (1 - k)\eta_0^3}{1 - (1 - k)\eta^3(t)}, \quad (13)$$

natomiast dla zagadnienia płaskiego otrzymuje się klasyczne rozwiązanie opisane za pomocą zasady dźwigni

$$C^1(t) = C_0 \frac{1 - (1-k)\eta_0}{1 - (1-k)\eta(t)}, \quad (13a)$$

gdzie  $\eta_0$  - wymiar zarodka.

W przypadku pełnego rozprowdzenia domieszki w fazie ciekłej oraz braku dyfuzji domieszki w fazie stałej (rys. 5)



Rys. 5. Pełne rozprowdzenie domieszki w fazie ciekłej, brak dyfuzji domieszki w fazie stałej

$$C^S(\xi, t) = C^S(\xi),$$

$$C^1(\xi, t) = C^1(t), \quad (14)$$

$$k = \frac{C^S(\eta(t))}{C^1(t)}.$$

Należy również uwzględnić, że w tym przypadku

$$\frac{\partial C^S(\xi, t)}{\partial t} = 0,$$

$$D^S = 0.$$

Zamiast równania (7) otrzymuje się wtedy wyrażenie

$$3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^s(\eta(t)) + (1 - \eta^3(t)) \frac{dC^l(t)}{dt} - 3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^l(t) = 0. \quad (15)$$

Rozwiązaniem tego równania jest:

$$C^l(t) = C_o \frac{(1 - \eta_o^3)^{1-k}}{(1 - \eta^3(t))^{1-k}}, \quad (16)$$

natomiast dla zagadnienia płaskiego otrzymuje się klasyczne rozwiązanie E. Scheila

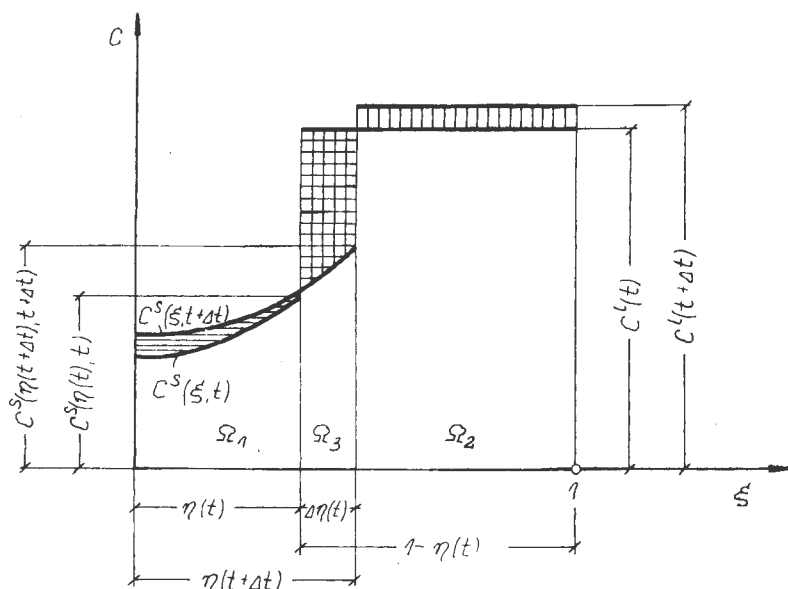
$$C^l(t) = C_o \frac{(1 - \eta_o)^{1-k}}{(1 - \eta(t))^{1-k}}. \quad (16a)$$

Dla przypadku pełnego rozprowdzenia domieszki w fazie ciekłej oraz dyfuzji domieszki w fazie stałej (rys. 6) trzeba uwzględnić zależności

$$\begin{aligned} C^s(\xi, t) &= C^s(\xi, t), \\ C^l(\xi, t) &= C^l(t), \\ k &= \frac{C^s(\eta(t), t)}{C^l(t)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Równanie (7) przyjmuje w tym przypadku postać

$$\begin{aligned} 3 \frac{d\eta(t)}{dt} \eta^2(t) C^s(\eta(t), t) + 3 \int_0^{\eta(t)} \xi^2 \frac{\partial C^s(\xi, t)}{\partial t} d\xi + \\ + (1 - \eta^3(t)) \frac{dC^l(t)}{dt} - 3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^l(t) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$



Rys. 6. Pełne rozproszczenie domieszki w fazie ciekłej, dyfuzja domieszki w fazie stałej

Po podstawieniu lewej strony równania dyfuzji (8) w fazie stałej zamiast równania (10) otrzymuje się

$$\begin{aligned}
 & 3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^s(\eta(t), t) + 3\tilde{D}^s \eta^2(t) \frac{\partial C^s(\eta(t), t)}{\partial \xi} + \\
 & + (1 - \eta^3(t)) \frac{dC^1(t)}{dt} - 3\eta^2(t) \frac{d\eta(t)}{dt} C^1(t) = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

### 6. Zakończenie

W pracy przedstawiono równania krzepnięcia objętościowego dwuskładnikowych stopów metali. Rozważania przeprowadzono dla ziaren o kształcie kulistym. Wyprowadzone równania pozwalają na obliczenie chwilowego rozkładu domieszki w krzepnącym ziarnie oraz na wyznaczenie końcowego rozkładu domieszki. Można ponadto obliczyć przebieg zmian temperatur krzepnięcia, a także ilość ciepła odprowadzonego do formy odlewniczej. Obliczenia pól stężeń można przeprowadzać dla czterech interesujących

przypadków (patrz punkt 4 i 5). Dla przypadków pełnego rozproszania domieszki w fazie stałej i ciekłej oraz pełnego rozproszania domieszki w fazie ciekłej i braku dyfuzji domieszki w fazie stałej uzyskano rozwiązania analityczne (wzory 13 i 16). W przypadku rozważania zagadnienia płaskiego otrzymuje się rozwiązania (13a) i (16a), znane w literaturze. Dla pozostałych dwóch przypadków można uzyskać jedynie rozwiązania numeryczne lub analityczne przy dodatkowych założeniach upraszczających.

#### Literatura

1. Bower T.F., Flemings M.C., Formation of the chill zone in ingot solidification, *Trans. Met. Soc. AIME*, 239, 2 (1967) 216-219.
2. Engler S., Ellerbrock R., Zur Entstehung der inneren Globulitenzone in Gußstücken, *Metall*, 30, 6 (1976) 526-529.
3. Engler S., Gßckmann K., Zur Entstehung der Gußstruktur bei gerichteter Erstarrung, *Metall*, 29, 3 (1975) 252-263.
4. Engler S., Schleiting G., Erstarrungsmorphologie von Aluminiumlegierungen bei Kokollenguß, *Giess.-Forsch.*, 30, 1 (1978) 15-24.
5. Gawroński J., Technologiczne aspekty odlewania suspensyjnego żeliwa wysokochromowego, *Krzepnięcie metali i stopów*, 8 (1984) 109-132.
6. Kattamis T.Z., Coughlin J.C., Flemings M.C., Influence of coarsening on dendrite arm spacing of aluminium-copper alloys, *Trans. Met. Soc. AIME*, 239, 10 (1967) 1504-1511.
7. Kattamis T.Z., Holmberg U.T., Flemings M.C., Influence of coarsening on dendrite arm spacing and grain size of magnesium-zinc alloy, *J. Inst. Met.*, 95 (1967) 343-347.
8. Kleber W., Einführung in die Kristallographie, VEB Verlag Technik, Berlin 1983.
9. Leja F., *Rachunek różniczkowy i całkowity*, PWN, Warszawa 1969.
10. Patterson W., Engler S., "Über den Erstarrungsablauf und die Größe und Aufteilung des Volumendefizits bei Gußlegierungen, *Giesserei, Techn.-Wissen. Beihefte*, 13, 3 (1961) 123-156.

11. Sakwa W., Gawroński J., Suspensyjne odlewanie żeliwa niskochromowego, *Krzepnięcie metali i stopów*, 6 (1983) 5-24.
12. Southin R., Nucleation of the equiaxed zone in cast metals. *Trans. Met. Soc. AIME*, 239, 2 (1967) 220-225.
13. Wiejnik A.I., *Raszot otlivki, Maszinstrojenije*, Moskwa 1964.